Concursul interjudeţean de matematică Victor Vâlcovici

Brăila, 20 Mai 2017

Clasa a 9-a

Problema 1. (a) Determinaţi $x, y \in \mathbb{R}$ pentru care:

$$3(x^4 - 3x^2 + y^2 - 2x - 6y + 14) \leq (x + x^2 + y - 6)^2.$$

(b) Fie numerele reale $a, b, c > 0$. Demonstraţi că:

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq \frac{3(ab+bc+ca)}{2(a+b+c)}.$$

Problema 2. Să se arate că dacă un triunghi are lungimile laturilor în progresie aritmetică şi măsurile unghiurilor în progresie aritmetică atunci acesta este echilateral.

Problema 3. Considerăm triunghiul ABC care are centrul de greutate G şi centrul cercului circumscris în O. Dreptele AG, BG şi CG intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului ABC în punctele D, E, respectiv F. Fie L centrul de greutate al triunghiului DEF.

(a) Dacă notăm cu M, N, P, Q mijloacele segmentelor AD, BE, CF respectiv GL, demonstraţi că Q este centrul de greutate al triunghiului MNP.
(b) Demonstraţi că $GL \leq 2GO$.

Timp de lucru 3 ore
Fiecare problemă va fi notată cu maxim 7 puncte